

8 de agosto del 2017

Carta al estudiante

I Descripción del curso: Se trata de un primer curso en donde se introducirán y se estudiarán las funciones de varias variables. En otras palabras, se analizará hasta que punto se pueden generalizar las ideas del cálculo y el análisis para funciones de una variable, que se asume el estudiante ya conoce, a otros contextos más generales, a saber: en los espacios \mathbb{R}^n y se enfatizará aquellos aspectos en donde el número de variables hace diferencia; es decir, en la comparación entre los resultados que se obtienen en \mathbb{R} y los que se obtienen en \mathbb{R}^n se hará incapie en aquellos que se obtienen en una teoría, pero no en la otra, o en aquellos en donde las cosas funcionan de una manera básicamente diferente. No obstante, es importante tener en mente que prácticamente todas las ideas parten, o se inspiran, en las técnicas desarrolladas para \mathbb{R} y que, por tanto, es productivo y recomendable tener todo el tiempo las ideas del cálculo y análisis de una variable a mano.

Fundamentalmente nos concentraremos en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , sobre todo cuando estemos tocando aspectos prácticos, o cuando el número de variables no aporta ninguna revelación y tan solo se convierte en un detalle de notación. La idea con esto es aprovechar la intuición geométrica como un arma más en el estudio del análisis. Sin embargo, cuando sea verdaderamente importante enfatizar el uso de muchas variables, por ejemplo en el teorema de la función implícita y sus aplicaciones, o cuando tengamos que considerar algunas nociones básicas de topología, en donde lo que se pretende es ir preparando el terreno para cursos posteriores, nos saldremos de este patrón. Por tanto también tendremos que familiarizarnos con la notación general.

Pretendemos, eso sí, lograr un balance entre los aspectos rigurosos de la teoría, propios de un curso para estudiantes de matemática, y las técnicas de cálculo típicas que se suelen considerar en un curso paralelo para ingenieros, o economistas, o cualquier otra disciplina, lo cual se reflejará no solo en los ejercicios propuestos, sino también en la evaluación. De hecho, en todo examen la mitad de los puntos corresponderán a la parte teórica y la otra mitad se reservarán para la parte práctica. Por ello el estudiante debe foguearse y prepararse en ambos aspectos, sin menosprecio de ninguno. El objetivo con este proceder es que el estudiante pueda fácilmente tener un punto de contacto con personas de otras disciplinas que se apoyan en las matemáticas.

El requisito formal de este curso es MA 350 *Cálculo en una variable II*, sin embargo, puesto que todas las ramas de las matemáticas están de algún modo interconectadas,

usaremos algunas nociones del álgebra lineal, por lo que el curso MA 360 *Álgebra lineal I* debe considerarse también como un requisito de nuestro curso.

II Objetivos generales:

- a-) Fomentar un buen uso del lenguaje lógico matemático, con especial énfasis en la escritura matemáticamente correcta.
- b-) Desarrollar destrezas en el planteo y resolución de problemas de diversa naturaleza.
- c-) Obtener los conocimientos básicos del cálculo vectorial.
- d-) Adquirir los rudimentos iniciales del análisis matemático.

III Objetivos específicos:

- a-) Estudiar la estructura vectorial y topológica de \mathbb{R}^n .
- b-) Estudiar las aplicaciones básicas de las derivadas parciales.
- c-) Estudiar las propiedades fundamentales de las integrales dobles y triples, así como las técnicas de resolución de dichas integrales.
- d-) Estudiar las propiedades fundamentales de las integrales de línea y de superficies y obtener destreza en el cómputo de estas integrales.

IV Contenidos:

- a-) Generalidades sobre \mathbb{R}^n : curvas y superficies.
- b-) Elementos de topología de \mathbb{R}^n .
- c-) Cálculo diferencial para campos escalares y campos vectoriales.
- d-) Integrales múltiples.
- e-) Aplicaciones de campos vectoriales: integrales de línea, integrales de superficies y los teoremas de Stokes.

V Metodología: La teoría básica y las ideas principales serán expuestas en clase, más que todo para dirigir el estudio. Sin embargo, las clases deben ser complementadas y contrastadas con el análisis de otros enfoques por medio de la literatura y, sobre todo, con el trabajo continuo y constante tanto de los ejercicios propuestos, como de los que aparezcan en su estudio particular. Estos, deben analizarse en forma continua, desde el primer día, para poder asimilar adecuadamente la materia cubierta y no perder el ritmo, que será acelerado. Además, en primera instancia, es altamente recomendable enfrentar los ejercicios en forma individual, que es la única manera, en las matemáticas, de obtener todos los dividendos que se esperan de ellos.

VI Evaluación: En cuanto a la evaluación sumativa, tendremos un examen parcial y un examen final cuyas fechas se avisarán oportunamente, pero que aproximadamente serán en el medio y al final del curso. La nota final se obtendrá de las siguiente manera:

$$NF = \max\left(\frac{P + F}{2}, .3P + .7F\right).$$

VII Bibliografía:

A-) Libros de cálculo elemental:

- 1- C.H. Edwards y D.E. Penney, *Cálculo y Geometría Analítica*, cuarta edición, Prentice Hall, México, 1996.
- 2- L. Leithold, *El Cálculo con Geometría Analítica*, Harper and Row, México, 1987.
- 3- C. Pita-Ruiz, *Cálculo Vectorial*, Prentice Hall, México, 1995.

B-) Libros de cálculo avanzado:

- 4- T.M. Apostol, *Calculus*, vol II, Reverté, Barcelona, 1973.
- 5- R.C. Buck, *Advanced Calculus*, tercera edición, McGraw-Hill, New York, 1978.
- 6- S.R. Ghorpade y B.V. Limaye, *A course in multivariable calculus and analysis*, Springer, New York, 2010.
- 7- S.M. Lang, *Calculus of several variables*, Addison-Wesley, Massachusetts, 1973.
- 8- J.E. Marsden y A.J. Tromba, *Vector Calculus*, Freeman and Company, San Francisco, California, 1981.
- 9- M. Spivak, *Cálculo en variedades*, Reverté, Barcelona, 1988.
- 10- W.R. Wade *An introduction to analysis*, segunda edición, Prentice Hall, New Jersey, 2000.

C-) Libros clásicos de cálculo:

- 11- R.L. Goodstein, *A text book of Mathematical Analysis: the uniform calculus and its applications*, Oxford University Press, Oxford, 1948.
- 12- E.J.B. Goursat, *A course in Mathematical Analysis, volume I: Applications to geometry, expansion in series, definite integrals, derivatives and differentials*, Dover, New York, 1964.
- 13- G. Varilon, *Cours d'Analyse Mathématique: Théorie des fonctions*, Masson et Cie., Paris, 1948.

D-) Libros de principios del análisis matemático:

- 14- T.M. Apostol, *Mathematical Analysis*, Adisson-Wesley, Reading, Massachusetts, 1967.
- 15- R.G. Bartle, *The Elements of Real Analysis*, John Wiley, New York, 1976.
- 16- J.J. Duistermaat y J.A.C. Kolk, *Multidimensional Real Analysis I: Differentiation*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- 17- J.J. Duistermaat y J.A.C. Kolk, *Multidimensional Real Analysis II: Integration*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- 18- W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*, McGraw-Hill, New York, 1964.

Dr. Héctor Figueroa González
Escuela de Matemáticas
Universidad de Costa Rica
email: hector.figueroa@ucr.ac.cr