

Carta al estudiante

I. Objetivos.

Este curso tiene como objetivo principal el estudio de la teoría de cuerpos que contiene en particular la teoría de Galois. Estudiaremos por supuesto el punto de vista clásico de la teoría de cuerpos (extensiones algebraicas, normales y separables), junto con la correspondencia de Galois y sus aplicaciones a la solubilidad de ecuaciones algebraicas por radicales además de los problemas clásicos de la constructibilidad por regla y compás. También vislumbramos estudiar la teoría de extensiones infinitas con su respectiva teoría de Galois infinita, y la teoría de cuerpos desde el punto de vista de las estructuras algebraicas ordenadas y con valores absolutos y valuaciones.

II. Programa del Curso

1. **Teoría clásica de cuerpos y antecedentes:** Fórmulas clásicas, anillos de polinomios, polinomios irreducibles, característica de los cuerpos, cuerpos de escisión, cuerpos finitos, cuerpos algebraicamente cerrados, extensiones y clausuras algebraicas, extensiones y clausuras separables, extensiones y clausuras normales, independencia algebraica y bases de trascendencia. Normas y trazas de extensiones de cuerpos, discriminantes y resultantes de polinomios.
2. **Teoría de Galois:** Grupos de Galois, Extensiones de Galois, independencia de caracteres, teorema fundamental de la dualidad de Galois, ejemplos y aplicaciones del teorema fundamental, teorema del elemento primitivo, grupos de Galois de orden menor o igual a 4, números constructibles a partir de regla y compás, insolubilidad de los problemas clásicos de la cuadratura del círculo, duplicación del cubo y trisección del ángulo, polígonos regulares y teorema de Gauss.
3. **Solubilidad de ecuaciones:** Funciones elementales en teoría de números, raíces primitivas de la unidad, extensiones y polinomios ciclótomicos, gran teorema de Galois, insolubilidad de la ecuación general de orden mayor o igual a 5, teorema de Abel, Casus irreducibilis, ejemplos.
4. **Teoría de Galois infinita:** Grupos topológicos, límites proyectivos y grupos proyectivos, grupos de Galois infinitos, topología de Krull, correspondencia de Galois en extensiones infinitas.
5. **Teoría de cuerpos ordenados:** Anillos y cuerpos ordenados, ordenes sobre anillos de polinomios y fracciones racionales, cuerpos formalmente reales, extensiones algebraicas ordenadas, cuerpos real cerrados y clausuras reales, teorema de Artin-Schreier, algoritmo y teorema de Sturm. Unicidad de la clausura real.
6. **Cuerpos con valores absolutos y valuados:** Cuerpos con valores absolutos, cuerpos p-ádicos, teorema de Ostrowski, correspondencia entre valores absolutos no-arquimedeanos y valuaciones, cuerpos valuados, completaciones, lema de Hensel y cuerpos Henselianos.

III. Evaluación.

La evaluación se realizará en base a tres exámenes parciales, cada uno con un 25% del valor de la nota final. El restante 25% de la nota corresponderá a una exposición personal (temas 4, 5 o 6 anteriores).

Las fechas de dichos exámenes serán el 18 de setiembre, el 30 de octubre y el 4 de diciembre para el primer, segundo y tercer parcial; respectivamente.

IV. Horas consulta.

El profesor del curso estará dando sus horas de consulta los viernes de las 14 a las 17 horas en la oficina 208 del edificio de Física y Matemática.

V. Bibliografía.

1. E. ARTIN, **Galois Theory**, Dover Publications Inc., Mineola New York, 1998.
2. P. M. COHN, **Algebra**, volume 2, Second Edition, John Wiley & Sons, Chichester, 1976.
3. J.I. GUIER, **Teoría de Galois**, Apuntes del curso MA-660, Manuscrito, 2015.
4. N. JACOBSON, **Lectures in Abstract Algebra**, volume III, Theory of Fields and Galois Theory, D. Van Nostrand Co., Princeton, New Jersey, 1964.
5. N. JACOBSON, **Basic Algebra**, vol I and II, Dover Publications, New Jersey, 2009.
6. A. KOSTRIKIN, **Introduction à l'algèbre**, 2^e édition, Editions Mir, Moscou, 1986.
7. S. LANG, **Algebra**, Third Edition, Addison-Wesley, Reading Massachusetts, 1993.
8. P.J. MCCARTHY, **Algebraic Extensions of Fields**, Dover Publications, New York, 1976.
9. P. MORANDI, **Field and Galois theory**, First Edition, Springer-Verlag, New York, 1996.
10. P. RIBENBOIM, **L'Arithmétique des Corps**, Hermann, Paris, 1972.
11. J. ROTMAN, **Galois Theory**, Second Edition, Springer-Verlag, New York, 1998.
12. B. VAN DER WAERDEN, **Modern Algebra**, vol I and II, Third Printing, Frederick Ungar Publishing Co, 1964.