



ESCUELA DE MATEMÁTICA
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

Carta al Estudiante

Información General

Nombre del curso:	Ecuaciones Diferenciales Aplicadas
Sigla:	MA-2210
Naturaleza del curso:	Teórico práctico
No. de horas presenciales:	5
No. horas estudio independiente:	10
Horas totales:	15
Modalidad:	Semestral
Créditos:	3
Requisitos:	MA-1210 o MA-1001
Correquisitos:	Ninguno

Estimados(as) estudiantes:

Por parte de la cátedra del curso MA-2210 Ecuaciones Diferenciales Aplicadas, reciba una cordial bienvenida y esperamos que éste contribuya significativamente en su formación profesional. En este documento encontrará la información referente a la descripción, objetivos, contenido, evaluación, cronograma y bibliografía del curso.

ASPECTOS GENERALES DEL CURSO

I. Introducción:

Este curso tiene un grado medio de dificultad y requiere un buen dominio, tanto operacional como conceptual, de derivación e integración de funciones de valor real en una variable real.

En este curso se estudiarán algunas técnicas para resolver: ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, lineales de orden arbitrario, sistemas de ecuaciones diferenciales y transformada de Laplace. Además, se tratarán los conceptos básicos del álgebra lineal, haciendo énfasis en el

álgebra matricial y su aplicación a la solución de sistemas de ecuaciones lineales. También se mostrarán diversas aplicaciones de las ecuaciones diferenciales al modelaje y solución de problemas relacionados con otras áreas del conocimiento.

II. Objetivos generales

- Lograr que el estudiante adquiera parte de las destrezas matemáticas necesarias para poder desempeñarse con solvencia como profesional en la disciplina de su interés.
- Dar a conocer al estudiante los conceptos relativos a los sistemas ecuaciones lineales y a las ecuaciones diferenciales para que pueda comprender aquellos modelos matemáticos de su especialidad que involucren tales ecuaciones.
- Fomentar un espíritu crítico mediante la discusión de los conceptos fundamentales.
- Dar a conocer al estudiante la teoría básica de las ecuaciones diferenciales ordinarias y los principales métodos de solución.
- Dar a conocer al estudiante la teoría básica de los sistemas de ecuaciones lineales y como determinar su conjunto solución.
- Presentar problemas relacionados con diversas áreas que puedan ser modelados mediante un sistema de ecuaciones lineales o, mediante una ecuación diferencial, o mediante un sistema de ecuaciones diferenciales y resolverlos; interpretando los resultados dentro del área de su aplicación.

III. Objetivos específicos

- Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
- Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias lineales con coeficientes constantes, de cualquier orden, y la ecuación de Euler.
- Conocer y aplicar el método de variación de parámetros para obtener soluciones particulares de ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas.
- Resolver sistemas de ecuaciones diferenciales lineales por métodos de eliminación de operadores.
- Utilizar la Transformada de Laplace para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Plantear y resolver distintos problemas de aplicación que puedan modelarse haciendo uso de sistemas de ecuaciones lineales o de ecuaciones diferenciales ordinarias.

IV. Programa del curso

1 Conceptos básicos y ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:

- 1.1 Definición de ecuación diferencial ordinaria.
- 1.2 Orden, solución particular y solución general de una ecuación diferencial.
- 1.3 Existencia y unicidad de solución para un problema de valor inicial.
- 1.4 Ecuaciones diferenciales en variables separables.
- 1.5 Ecuaciones homogéneas y reducibles a homogéneas.
- 1.6 Reducción de orden en ecuaciones diferenciales de segundo orden con una variable ausente.
- 1.7 Ecuaciones exactas y reducibles a exactas por medio de un factor integrante.
- 1.8 Ecuaciones lineales y reducibles a ellas (Ecuaciones de Bernoulli y de Ricatti).

2 Aplicaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:

- 2.1 Crecimiento y decrecimiento de poblaciones.
- 2.2 Desintegración radiactiva. Vida media. Fechado de fósiles.
- 2.3 Ley de enfriamiento de Newton.
- 2.4 Reacciones químicas.
- 2.5 Mezclas.

3 Ecuaciones diferenciales lineales de orden mayor que uno:

- 3.1 Combinación lineal de un conjunto de funciones.
- 3.2 Conjunto de funciones linealmente dependiente e independiente.
- 3.3 Wronskiano de un conjunto de n soluciones de una ecuación diferencial de orden n .
- 3.4 Fórmula de Abel.
- 3.5 Operadores diferenciales. Anuladores.
- 3.6 Métodos de solución para una ecuación diferencial lineal homogénea de orden n .
- 3.7 Reducción de orden, conocida una solución de la ecuación homogénea asociada a una ecuación diferencial lineal de segundo orden.
- 3.8 Método de coeficientes indeterminados.
- 3.9 Ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas. Método de variación de parámetros.
- 3.10 Ecuación de Euler.

4 Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales:

- 4.1 Solución de un sistema de ecuaciones diferenciales.
- 4.2 Sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden.
- 4.3 Solución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, de orden arbitrario, con coeficientes constantes, aplicando el método de eliminación de operadores para transformar un sistema dado en uno equivalente que tenga forma triangular.
- 4.4 Tanques interconectados.

5 Transformada de Laplace:

- 5.1 Integrales impropias en intervalos no acotados.
- 5.2 Transformada de Laplace y su inversa. Definición y propiedades básicas.
- 5.3 Transformada de Laplace de algunas funciones elementales.
- 5.4 Transformada de Laplace de la derivada de una función y de la integral de una función.
- 5.5 Teoremas de traslación de la Transformada de Laplace sobre los ejes s y t . Funciones escalón unitario.
- 5.6 Derivación de la transformada de Laplace.
- 5.7 Transformada de Laplace de una función periódica.
- 5.8 Teorema de convolución.
- 5.9 Problemas de valor inicial.

IV. Metodología y actividades para el logro de los objetivos.

Entre las estrategias principales de instrucción estarán la clase magistral, el trabajo individual, la discusión de los temas vistos en clase y la solución de ejercicios. Es sumamente importante que el estudiante participe activamente durante las lecciones, aportando ideas, trabajando los ejercicios propuestos y manifestando sus dudas.

Además debe realizar trabajo extraclase resolviendo las prácticas disponibles y repasando los temas vistos en clase para reforzar los conocimientos y desarrollar las destrezas y las habilidades que se requieren. Para el logro de estos objetivos se recomienda el trabajo en equipo y la consulta permanente con los profesores de la cátedra. Para el logro de los objetivos del curso el estudiante debe:

- Conocer los principales métodos de solución para las ecuaciones diferenciales de primer orden, poder identificar una ecuación de variables separables, ecuaciones homogéneas, ecuaciones lineales, ecuaciones exactas, determinar si una función dada es un factor integrante, hallar un factor integrante de una forma indicada y poder efectuar transformaciones que convierta una ecuaciones dadas en una de otro tipo conocido.

- Poder modelar problemas concretos, que siguen leyes conocidas, mediante ecuaciones diferenciales, e interpretar las soluciones obtenidas.
- Identificar ecuaciones diferenciales lineales de cualquier orden. Calcular el Wronskiano de un conjunto finito de funciones diferenciables dado. Determinar si un conjunto de soluciones dado, de una ecuación diferencial lineal homogénea, constituye un sistema fundamental de soluciones y en caso afirmativo escribir su solución general. Conocer y aplicar los métodos de variación de parámetros y de coeficientes indeterminados para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales lineales. Reconocer una ecuación de Euler, aplicar una transformación adecuada para convertirla en una ecuación con coeficientes constantes y resolverla. Resolver una ecuación diferencial lineal de segundo orden, conocida una solución de la ecuación homogénea asociada. Conocer y aplicar la fórmula de Abel.
- Identificar sistemas de ecuaciones lineales y el método de eliminación de operadores para resolver sistemas de ecuaciones lineales con coeficientes constantes.
- Conocer y aplicar la definición de transformada de Laplace. Conocer las propiedades básicas de la transformada de Laplace (linealidad, comportamiento respecto a la derivación e integración, a la multiplicación por funciones escalón unitario y a la convolución). Poder calcular la transformada inversa de una función dada, haciendo uso de tablas y de las propiedades de la transformada de Laplace. Aplicar la transformada de Laplace a la solución de problemas con valor inicial, modelados mediante una ecuación diferencial, o mediante ecuaciones integrodiferenciales. Modelar problemas de tanques interconectados mediante sistemas de ecuaciones diferenciales y resolverlos.

V. Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales. De ellos, el de menor nota tendrá un valor de 30 % y cada uno de los otros dos exámenes tendrá un valor de 35 %. Este promedio ponderado, aproximado a la unidad o media unidad más próxima, será la nota de aprovechamiento (NA).

Reporte de la nota final: Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento NA del curso, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:

- Si $NA > 6,75$ el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7,25 se redondean hacia arriba, es decir, 7,5.
- Si $5,75 < NA < 6,75$, el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6,0 o 6,5, la más cercana a NA.
- Si $NA < 5,75$ pierde el curso.

La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

VI. Cronograma

A continuación se muestra el cronograma de los temas a evaluar por semana en las lecciones teóricas.

Semana	Fecha	Contenido y actividades
1	13-17 Marzo	1.1 - 1.3
2	20-24 Marzo	1.4 - 1.6
3	27-31 Marzo	1.7 - 1.8
4	03-07 Abril	2.1 - 2.5
5	10-14 Abril	Semana Santa
6	17-21 Abril	3.1 - 3.6
7	24-28 Abril	3.7 - 3.8 (Semana Universitaria)
8	01-05 Mayo	3.9 - 3.10, Parcial I
9	08-12 Mayo	4.1 - 4.2
10	15-19 Mayo	4.3 - 4.4
11	22-26 Mayo	5.1 - 5.3
12	29 Mayo - 02 Junio	5.4 - 5.5, Parcial II
13	05-09 Junio	5.5 - 5.6
14	12-16 Junio	5.7 - 5.8
15	19-23 Junio	5.8
16	26-30 Junio	5.9
17	03-07 Julio	Repaso
18	10-14 Julio	Parcial III
19	17-21 Julio	Ampliación y Suficiencia

VII. Calendario de exámenes

Exámen	Tipo	Fecha
I parcial Reposición	Teórico-Práctico	Miércoles 03/05 08.00 Miércoles 17/05 13.00
II parcial Reposición	Teórico-Práctico	Miércoles 31/05 08.00 Miércoles 07/06 13.00
III parcial Reposición	Teórico-Práctico	Lunes 10/07 13.00 Jueves 13/07 13.00
Ampliación y Suficiencia	Teórico-Práctico	Viernes 21/07 13.00

Disposiciones para la realización de las evaluaciones: Los exámenes son de cátedra y su resolución es en forma individual. No está permitido que el estudiante utilice su celular o cualquier otro medio de comunicación electrónico durante las pruebas, éste se debe guardar. Cualquier intento de copiar en el exámen será sancionado de acuerdo con lo que estipula el reglamento correspondiente. El estudiante debe presentarse puntualmente el día del exámen

en el aula que fue asignada a su grupo y expuesta en la pizarra de MA2210. No se permiten los cambios de grupo, todo estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en que está matriculado. Además, el estudiante debe traer un cuaderno de exámen y bolígrafo de tinta azul o negra, no se permitirán hojas sueltas. También es indispensable portar algún tipo de identificación (cédula, licencia de conducir o carné universitario con foto) de lo contrario no podrá efectuar la prueba.

Exámenes de reposición: Aquellos estudiantes con ausencia justificada a un exámen de cátedra tales como enfermedades (con justificación médica), o choques de exámenes (con constancia del Sr. coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán realizar el exámen de reposición, siempre que llenen la boleta de justificación (se pide en la secretaría de la Escuela de Matemática), adjunten la respectiva constancia y la depositen en el casillero del profesor Fabio Sánchez, coordinador de MA-2210, en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba y enviar un correo a fabio.sanchez@ucr.ac.cr indicando la situación. También se debe entregar personalmente a su profesor una copia de la solicitud con el fin de llevar un control cruzado.

Calificación de exámenes: El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y sus resultados, a más tardar 10 días hábiles después de haberlos efectuados, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección. La pérdida comprobada de un exámen por parte del profesor da derecho al estudiante a una nota equivalente al promedio de sus calificaciones, o a criterio del estudiante, a repetir el exámen. El estudiante tendrá derecho a reclamar ante el profesor lo que considere mal evaluado del exámen, en los tres días hábiles posteriores a la finalización del plazo señalado en el inciso anterior. En el caso extremo de no ponerse de acuerdo el profesor y el estudiante en cuanto a la calificación, éste último podrá apelar ante el Director de La Unidad Académica en los tres días hábiles siguientes, aportando una solicitud escrita razonada y las pruebas del caso. El Director de la Unidad Académica, con asesoría de la Comisión de Evaluación y Orientación, emitirá su resolución escrita a más tardar siete días hábiles después de recibida la apelación.

VIII. Reglamento de Régimen Académico Estudiantil

Es importante tener presente el Reglamento Estudiantil y sus normas. En especial al **Artículo 3 ñ**, referente a las pruebas de reposición. En el mencionado documento pueden encontrar las normas detalladas del Régimen Académico.

http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf

El estudiante esta requerido estudiar un número de horas independientes por cada crédito. Como dice en la normativa: *“Crédito es una unidad valorativa del trabajo del estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por el profesor”*. Aquí le brindamos información útil sobre el significado de crédito y el trabajo del estudiante respecto al curso.

http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/definicion_credito.pdf

IX. Programa apoyo al estudiante

La sección del CASE desarrolla un programa de apoyo al estudiante. Secciones de trabajo que son atendidas por estudiantes aventajados de las diversas disciplinas y que han aprobado los cursos con notas altas. Esos espacios de ayuda se programan para los días miércoles, durante todo el día, en el aula 102 FM y se extienden durante todo el semestre. Si usted considera que necesita ayuda con la materia del curso MA-2210, entonces contactar al coordinador para hacer el trámite respectivo.

X. Profesores de la Cátedra

Deseándoles el mayor de los éxitos en este curso, se despiden,

Profesor Fabio Sánchez Peña (Coordinador)

Grupo 5. Horario: K 13-15.50 Aula 203AG, V 13-14.50 Aula 404CS

Grupo 6. Horario: K 11-12.50 Aula 305CS, V 10-12.50 Aula 406CS

Horas de consulta: K 8-11, V 8-10

Oficina Ciudad de Investigación, CIMPA Oficina #3,
correo electrónico: fabio.sanchez@ucr.ac.cr.

Profesor Jorge Arce Garro

correo electrónico: jorgeemmanuel.arce@ucr.ac.cr

Grupo 2. Horario: K: 14-15.50 Aula 211AU, V: 13-15.50 Aula 214ED

Horas de consulta: TBD

Profesor Michael Murillo Guevara

correo electrónico: alexandermrll@gmail.com

Grupo 1. Horario: L: 7-8.50 Aula 202CS, J: 7-9.50 Aula 212FM

Horas de consulta: TBD

Oficina Ciudad de Investigación, #316.

Juan Alberto Vargas Mesén

correo electrónico: juancho.panza@gmail.com

Grupo 3. Horario: L: 13-15.50 Aula 213AU, J: 13-14.50 Aula 213AU

Grupo 4. Horario: L: 7-9.50 Aula 219ED, V: 7-8.50 Aula 219ED

Horas de consulta: TBD

BIBLOGRAFÍA

- [1] Céspedes, J. *Ecuaciones Diferenciales para Ciencias de la Vida*. Editorial UCR, San José, 2010.
- [2] Arce, C., Castillo, W., González, J. *Algebra Lineal*. Tercera edición. Editorial UCR, San José, 2005.
- [3] Herrera, E., Ernesto, J., et. al. *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Editorial Reverté, Barcelona, 2010.
- [4] Finney, R.L. and Ostberg, D.R. *Elementary Differential Equations with Linear Algebra*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1976.
- [5] Kiseliiov, A., Krasnov, M. and Makarenko, G. *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Editorial MIR, Moscú, 1988.
- [6] Nagle, R., Kent, E., Saff, B. and Snider, A.D. *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. Pearson Education, México, 2001.
- [7] Simmons, G.E. *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Históricas*. Segunda edición. McGraw-Hill, México, 1993.
- [8] Spiegel, M.R. *Ecuaciones Diferenciales Aplicadas*. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A., México, 1987.
- [9] Tenenbaum, M. and Pollard, H. *Ordinary Differential Equations*. Dover Publications, Inc., New York, 1985.
- [10] Zill, D.G. *Ecuaciones Diferenciales con Apliaciones de Modelado*. Novena edición. Cengage Learning, México, 2009.
- [11] Zill, D.G. and Cullen, M.R. *Ecuaciones Diferenciales con Problemas con Valores en la Frontera*. Séptima edición. Cengage Learning, México, 2009.